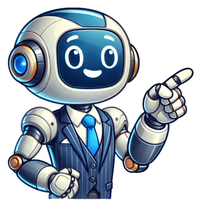
I'm not a bot



Hoy compartimos un excelente recurso para practicar el Teorema de Pitgoras en 2 y 3 de ESO, a travs de una serie de problemas y sus soluciones. Este material es perfecto para reforzar los conocimientos de los estudiantes y profundizar en la aplicacin de este importante concepto matemtico, ideal tanto para utilizar en clase como para la prctica individual en casa.Qu incluye el material?Problemas de aplicacin del Teorema de Pitgoras: Una seleccin de problemas que abarcan diferentes situaciones donde se aplica el teorema. Incluye ejercicios para calcular la hipotenusa, los catetos y otros problemas aplicados a contextos reales como distancias y alturas.Soluciones detalladas: Respuestas claras y paso a paso para todos los ejercicios, facilitando la correccin autnoma y la comprensin del proceso de resolucin.Cmo usar estos recursos?Este material es ideal para ser usado en clase durante actividades de refuerzo, como tareas para casa o incluso para preparar exmenes. Los profesores pueden utilizarlo para guiar el aprendizaje, mientras que los estudiantes pueden practicar y revisar sus soluciones para mejorar su dominio del teorema de Pitgoras.RecomendacionesSi este material te ha sido til, te invitamos a explorar otros recursos educativos en: DESCARGA AL FINAL EL PDF DESCARGA LAS FICHAS EN PDFPROBLEMAS TEOREMA DE PITGORASPROBLEMAS TEOREMA DE PITGORAS SOLUCIONESTE PUEDE INTERESARMAS RECURSOS PARA MATEMTICAS En 1 de ESO se ve por primera vez el teorema de Pitgoras. Es importante comprender qu es y para qu sirve. Despus de ver la teora, puedes utilizar los ejercicios que desarrollamos a continuacin para practicar lo que has aprendido. Especialmente, son interesantes los problemas donde utilizamos el Teorema de Pitgoras para calcular medidas de forma indirecta. Comprueba si los siguientes segmentos forman tringulos rectngulos.(SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 13).a) 25, 24 y 7 mmb) 12, 15 y 4 mm.c)8, 15 y 17 mm.d)2,5 cm, 10 y 14 mm.Si estos tres segmentos forman un tringulo rectngulo tienen que cumplir el teorema de Pitgoras.El lado ms largo ser la hipotenusa y los dos ms cortos los catetos.a) 25, 24 y 7 mmSi sustituimos los datos del ejercicio en la frmula:Como las expresiones son distintas, no se trata de un tringulo rectngulo.Ejercicios resueltos del teorema de PitgorasSi estos tres segmentos forman un tringulo rectngulo tienen que cumplir el teorema de Pitgoras.El lado ms largo ser la hipotenusa y los dos ms cortos los catetos.b) 12, 15 y 4 mmSi sustituimos los datos del ejercicio en la frmula:Como las expresiones son iguales, s se trata de un tringulo rectngulo.(Ejercicios resueltos del teorema de Pitgoras)Si estos tres segmentos forman un tringulo rectngulo tienen que cumplir el teorema de Pitgoras.El lado ms largo ser la hipotenusa y los dos ms cortos los catetos.c) 8, 15 y 17 mmSi sustituimos los datos del ejercicio en la frmula:Como las expresiones son iguales, s se trata de un tringulo rectngulo.Ejercicio resuelto del teorema de Pitgoras.Si estos tres segmentos forman un tringulo rectngulo tienen que cumplir el teorema de Pitgoras.El lado ms largo ser la hipotenusa y los dos ms cortos los catetos.d) 2,5cm, 10 y 14 mmEn este caso, los primero es pasar todos los datos a la misma unidad: cmSi sustituimos los datos del ejercicio en la frmula:Como las expresiones son diferentes, no se trata de un tringulo rectngulo.Los catetos de un tringulo rectngulo miden 5 cm y 8 cm. Calcula cunto mide la hipotenusa.(SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 15).Sustituimos el valor de los catetos en la frmula del teorema de Pitgoras. cm.Ejercicios resueltos del teorema de PitgorasUna torre de 10 m de altura est sujeta por un cable de seguridad fijado al suelo a 5 m de la base de la torre. Calcula la longitud del cable. (SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 17).1) Datos: 2) Planteamiento del problema: Tenemos que calcular la hipotenusa del tringulo rectngulo que forman el suelo, la torre y el cable.Sustituimos el valor de los catetos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin del problema4) Solucin del problema: m. Averigua el lado desconocido de los siguientes tringulos rectngulos. (SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 61).1) Datos: 2) Planteamiento del problema:Tenemos que calcular el cateto mayor dados la hipotenusa del tringulo rectngulo y el otro cateto.Sustituimos los valores conocidos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin del problema:Restamos 144 en los dos lados de la frmula:4) Solucin del problema: m.Ejercicios resueltos del teorema de Pitgoras1) Datos 2) Planteamiento del problema:Tenemos que calcular la hipotenusa conocidos los dos catetos del tringulo rectngulo.La hipotenusa siempre est frente al ngulo de 90 y es el lado mayor.Sustituimos los valores conocidos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin del problema4) Solucin del problema: m.Calcula la hipotenusa de un tringulorectngulo si los cuadradosque se construyen sobre los catetos tienen reas de 9 y 16cm2. (SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 65).1) Datos 2) Planteamiento del problema:Como nos dan las reas de los cuadrados formados por el cateto mayor (rea verde) y el cateto menor (rea roja), podemos usar la frmula del teorema de Pitgoras para calcular la hipotenusa.Sustituimos los valores conocidos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin del problema4) Solucin del problema: La hipotenusa del tringulo rectngulo mide 5 cm.Un crculo, cuyo radio mice 1 cm, est inscrito en un cuadrado , y ste, a su vez, est inscrito en otro crculo, como se muestra en la figura. Cuntos centmetros mide el radio de ste ltimo crculo?. (SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 67). 1) Datos 2) Planteamiento del problema:Como el radio del crculo rojo mide 1 cm, su dimetro medir el doble, es decir, 2 cm.Dicho dimetro mide lo mismo que el lado del cuadrado, es decir, 2 cm: Si trazamos la diagonal del cuadrado azul, podemos formar un tringulo rectngulo issceles cuya hipotenusa sera dicha diagonal y cuyos catetos seran dos de los lados del cuadrado: Los lados QR y PR miden 2 cm (igual que el dimetro del crculo rojo).Podemos usar el teorema de Pitgoras para calcular la hipotenusa que ser el dimetro del crculo mayor (verde).3) Resolucin del problema4) Solucin del problema:Como el radio es la mitad del dimetro de una circunferencia, nos basta con dividir entre 2 el resultado anterior:Calcula la medida del lado desconocido de los siguientes tringulos rectngulos.(SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 13).a) b) Como se trata de un tringulo rectngulo, debe cumplir el teorema de Pitgoras.El lado desconocido es la hipotenusa (porque est frente el ngulo recto) y los dos que s conocemos sern los catetos.Si sustituimos los datos del ejercicio en la frmula: cm Como se trata de un tringulo rectngulo, debe cumplir el teorema de Pitgoras. El lado desconocido es el cateto mayor, la hipotenusa mide 9 y el otro cateto es el que queremos identificar.Si sustituimos los datos del ejercicio en la frmula: Restando 49 en los dos lados de la frmula:Dando la vuelta a la frmula: cmLa hipotenusa de un tringulo rectngulo mide 17 cm. Uno de los catetos mide 15 cm. Cunto mide el otro cateto? (SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 16).Como se trata de un tringulo rectngulo, podemos aplicar el teorema de Pitgoras para calcular el cateto que falta.Sustituimos el valor de los catetos en la frmula del teorema de Pitgoras.Si restamos 225 en los dos lados de la frmula: cm.Ejercicios resueltos del teorema de PitgorasLas siguientes medidas corresponden a los lados de algunos tringulos. Cules son rectngulos?(SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 60).a) 22 m, 17 m, 10 mb) 12 cm, 35 cm, 37 cmc) 25 cm, 28 cm, 32 cmd) 40 cm, 41 cm, 9 cmCuando los tres segmentos formen un tringulo rectngulo, debern cumplir el teorema de Pitgoras.Por tanto, si sustituimos los datos en la frmula podemos ver si se trata de un tringulo rectngulo.Si la frmula da una igualdad, entonces s se trata de un tringulo rectngulo. Si la frmula da una desigualdad, entonces, se tratar de otro tipo de tringulo.El lado ms largo siempre corresponde a la hipotenusa y los ms cortos a los dos catetos.a) 22 m, 17 m, 10 mComo se trata de una desigualdad, los tres segmentos no forman un tringulo rectngulo.Ejercicios resueltos del teorema de PitgorasEn un tringulo rectngulo, el lado ms largo siempre corresponde a la hipotenusa y los ms cortos a los dos catetos.b) 12 cm, 35 cm, 37 cmComo se trata de una igualdad, los tres segmentos s forman un tringulo rectngulo.En un tringulo rectngulo, el lado ms largo siempre corresponde a la hipotenusa y los ms cortos a los dos catetos.c) 25 cm, 28 cm, 32 cmComo se trata de una desigualdad, los tres segmentos no forman un tringulo rectngulo.En un tringulo rectngulo, el lado ms largo siempre corresponde a la hipotenusa y los ms cortos a los dos catetos.d) 40 cm, 41 cm, 9 cmComo se trata de una igualdad, los tres segmentos s forman un tringulo rectngulo.Calcula la altura de un tringulo issceles cuyos lados iguales miden 15 m, y el lado desigual, 9 m(SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 62).1) Datos 2) Planteamiento del problema:Tenemos que calcular el cateto mayor (altura) del tringulo rectngulo que forman uno de los lados iguales del tringulo issceles y la mitad de su base: Sustituimos los valores conocidos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin del problemaSi restamos 20,25 en los lados de la frmula:4) Solucin del problema: m.Calcula la altura de un tringulo equiltero de lado l= 7 cm. (SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 64).1) Datos 2) Planteamiento del problema: Tenemos que calcular el cateto mayor (altura) del tringulo rectngulo que forman uno de los lados iguales del tringulo issceles y la mitad de su base: Sustituimos los valores conocidos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin del problemaSi restamos 12,25en los lados de la frmula:4) Solucin del problema: m.Calcula el permetro del cuadrado rojo, sabiendo que el lado del cuadrado mayor mide 4 cm. (SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 66).1) Datos 2) Planteamiento del problema:La mitad del lado del cuadrado naranja mide 2cm. Esta longitud forma un tringulo rectngulo issceles donde la hipotenusa es el lado del cuadrado rojo.Cuando calculemos dicha longitud, nicamente tenemos que multiplicarla por 4 para obtener le permetro (en un cuadrado, los 4 lados miden lo mismo). Sustituimos los valores conocidos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin del problema4) Solucin del problema: m.Para calcular el permetro: m.Los radios de las circunferencias de la figura son 1 cm y 4 cm y el segmentoPQes tangente a ambas circunferencias. Cul es su longitud (SM Savia 1 de ESO, tema 13 ejercicio 120). 1) Datos Dibujamos los radios de las dos circunferencias: Dibujamos la paralela al segmento PQ que pasa por el centro de circunferencia pequea.Este nuevo segmento RSde color rojo tiene la misma longitud. Construimos, ahora, un tringulo rectngulo entre los puntos A, S y R y lo coloreamos en color verde. El lado SA mide 5 cm porque es la suma de los radios de las circunferencias. El lado AR mide 3 cm porque resulta de restarle al radio mayor (QA = 4 cm) el radio menor (QR =PS = 1 cm). 2) Planteamiento del problema:Ahora, resolvemos el problema de la longitud del segmento PQ calculando el segmento RS que es el cateto mayor del tringulo rectngulo de color verde de la figura.Sustituimos los valores conocidos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin del problemaRestamos 9 en los dos lados de la frmula.4) Solucin del problema: cm.(Concepto aplicado: el teorema de Pitgoras)Se repasan ejercicios del curso pasado, se ampla con algunos ms difciles y tenemos ejercicios de clasificacin de los tringulos usando el teorema de Pitgoras.La hipotenusa de un tringulo rectngulo mide 15 cm y uno de los catetos, 12 cm. Cunto mide el otro cateto? (SM Savia 2 de ESO Tema 9 Ejercicio 15)1) Datos: 2) Planteamiento:Podemos utilizar el teorema de Pitgoras para calcular el catetob que nos falta.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:Restamos 144 en los dos lados de la frmula:4) Solucin:El cateto mide 9 cm.Cules de los siguientes tros de nmeros son ternas pitagricas? (SM Savia 2 de ESO Tema 9 Ejercicio 17).a) 32, 40, 50c) 15, 20, 25b) 12, 35, 37d) 10, 200, 411) Datos:Longitud de los lados: 32, 40, 50.2) Planteamiento:Para que estos tres nmeros formen un tringulo rectngulo deben cumplir el teorema de Pitgoras. El lado ms largo siempre ser la hipotenusa.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:4) Solucin:Como obtenemos una desigualdad, estos tres nmeros no forman una terna pitagrica.(Concepto aplicado: el teorema de Pitgoras)1) Datos:Longitud de los lados: 12, 35 y 37.2) Planteamiento:Para que estos tres nmeros formen un tringulo rectngulo deben cumplir el teorema de Pitgoras. El lado ms largo siempre ser la hipotenusa.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:4) Solucin:Como obtenemos una igualdad, estos tres nmeros sforman una terna pitagrica.(Concepto aplicado: el teorema de Pitgoras)1) Datos:Longitud de los lados: 15, 20 y 25.2) Planteamiento:Para que estos tres nmeros formen un tringulo rectngulo deben cumplir el teorema de Pitgoras. El lado ms largo siempre ser la hipotenusa.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:4) Solucin:Como obtenemos una igualdad, estos tres nmeros sforman una terna pitagrica.(Concepto aplicado: el teorema de Pitgoras)1) Datos:Longitud de los lados: 10, 200 y 41.2) Planteamiento:Para que estos tres nmeros formen un tringulo rectngulo deben cumplir el teorema de Pitgoras. El lado ms largo siempre ser la hipotenusa.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:4) Solucin:Como obtenemos una desigualdad, estos tres nmeros sforman una terna pitagrica.Averigua el permetro de un tringulo rectngulo issceles cuyo catetos miden 20 cm cada uno.(SM Savia 2 de ESO Tema 9 Ejercicio 19).1) Datos:2) Planteamiento:Para calcular el permetro, debemos sumar la longitud de los 3 lados del tringulo. Primero, tenemos que calcular la longitud de la hipotenusa, ya que no nos han dado este dato.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin: cm4) Solucin:Una vez conocidos la longitud de los 3 lados podemos calcular el permetro del tringulo rectngulo. cmDos lados de un tringulo miden 6cm y 10cm. Cunto puede medir el tercer lado para que el tringulo sea obtusngulo? Y para que sea acutngulo?.(SM Savia 2 de ESO Tema 9 Ejercicio 21).1) Datos:Lados conocidos del tringulo: 6 y 10 cmLado desconocidox2) Planteamiento:Vamos a ver qu tiene que medir el tercer lado para que sea un tringulo rectngulo. Con valores menores ser acutngulo y, con valores mayores, ser obtusngulo.3) Resolucin: cm4) Solucin:Si la hipotenusa mide menos de 11,66 cm ser un tringulo acutngulo. Si de justo 11,66 cm ser rectngulo y si mide ms, ser obtusngulo.(Concepto aplicado: el teorema de Pitgoras)Calcula el lado desconocido de los siguientes tringulos rectngulos.(SM Savia 2 de ESO Tema 9 Ejercicio 16)a)b)1) Datos:2) Planteamiento:Podemos utilizar el teorema de Pitgoras para calcular el cateto xque nos falta.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:Restamos 36 en los dos lados de la frmula:4) Solucin:El cateto mide 5,29 cm.Hemos resuelto un ejercicio del teorema de Pitgoras.1) Datos: 2) Planteamiento:Podemos utilizar el teorema de Pitgoras para calcular el cateto yque nos falta.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:Restamos 256 en los dos lados de la frmula:4) Solucin:El cateto mide 12 cm.Clasifica los siguientes tringulos(SM Savia 2 de ESO Tema 9 Ejercicio 18).a) b) c)1) Datos:a) Longitud de los lados: .2) Planteamiento:Para que estos tres nmeros formen un tringulo rectngulo deben cumplir el teorema de Pitgoras. El lado ms largo siempre ser la hipotenusa.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:4) Solucin:Respecto a la longitud de sus lados:Se trata de un tringulo escaleno porque tiene sus tres lados desiguales.Respecto a sus ngulos:Es un tringulo rectngulo porque cumple el teorema de Pitgoras.1) Datos:a) Longitud de los lados: .2) Planteamiento:Para que estos tres nmeros formen un tringulo rectngulo deben cumplir el teorema de Pitgoras. El lado ms largo siempre ser la hipotenusa.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:4) Solucin:Respecto a la longitud de sus lados:Se trata de un tringulo issceles porque tiene dos lados iguales.Respecto a sus ngulos:Es un tringulo acutngulo porque porque1) Datos:a) Longitud de los lados: .2) Planteamiento:Para que estos tres nmeros formen un tringulo rectngulo deben cumplir el teorema de Pitgoras. El lado ms largo siempre ser la hipotenusa.Sustituimos los valores que conocemos en la frmula del teorema de Pitgoras.3) Resolucin:4) Solucin:Respecto a la longitud de sus lados:Se trata de un tringulo escaleno porque tiene todos los lados desiguales.Respecto a sus ngulos:Es un tringulo obtusngulo porque porqueHalla lalongitud del lado desconocido, x,(SM Savia 2 de ESO Tema 9 Ejercicio 20).1) Datos:Lados conocidos del tringulo: 6 y 10 cmLado desconocidox2) Planteamiento:Vamos a ver qu tiene que medir el tercer lado para que sea un tringulo rectngulo. Con valores menores ser acutngulo y, con valores mayores, ser obtusngulo.3) Resolucin: cm4) Solucin:Si la hipotenusa mide menos de 11,66 cm ser un tringulo acutngulo. Si de justo 11,66 cm ser rectngulo y si mide ms, ser obtusngulo. Estos ejercicios estn tomados de los libros de la serie SAVIA de la editorial SM. En concreto, de los libros de texto de 1 y 2 de ESO. Aparecen citados aqu para ayudar a mis estudiantes en sus clases.Ir a SM Savia. Pythagorean Theorem Calculator helps to find the unknown side length of a right-angled triangle when two side lengths are known. The Pythagorean Theorem gives the relation among the three sides of a right triangle and hence, is one of the most fundamental concepts of Geometry. What is the Pythagorean Theorem Calculator? Pythagorean Theorem Calculator is an online tool to determine any side of a right-angled triangle when the other two sides are given. Pythagorean Theorem sees use in several sister subjects such as Trigonometry. To use the Pythagorean Theorem calculator choose the side to be computed from the drop-down menu and enter the values in the input boxes. Pythagorean Theorem Calculator What is Pythagorean Theorem? In a right-angled triangle, the square of the hypotenuse is equal to the sum of the squares of the other two sides. The hypotenuse is the side of the triangle opposite to the right angle. Furthermore, the length of the hypotenuse is greater than the length of the altitude and the length of the base. However, the length of the hypotenuse will be lesser than the sum of lengths of the remaining two sides. The Pythagorean Theorem is used in the field of architecture to ensure that the structures created are strong and robust. In the given \(\Delta ABC \), \[\begin{align} \text{BC}^2 &= \text{AB}^2 +\text{AC}^2 \end{align}\] where, \(\text{AB}\) is the base, \(\text{AC}\) is the altitude or the height, and \(\text{BC}\) is the hypotenuse. To calculate the hypotenuse we simply plug in the values into the above equation. However, if we want to find the value of the base or the altitude we have to follow the steps given below. Suppose we need to determine the value of the altitude. We have to shift the base (AB2) to the left-hand side of the equation. We then subtract the base from the hypotenuse (BC2 - AB2). We now have to take the square root of this value to get the length of the altitude. The same steps can be used if we have to find the length of the base. How to Use the Pythagorean Theorem Calculator? Follow these steps which will help you to use the calculator. Step 1: Select the side of the right-angled triangle to be calculated, from the drop-down list. Step 2: Enter the value for the other two sides in the corresponding input boxes. Step 3: Click on "Calculate" to find the unknown side of the triangle. Step 4: Click on "Reset" to clear the fields and enter the new values. Want to find complex math solutions within seconds? Use our free online calculator to solve challenging questions. With Cuemath, find solutions in simple and easy steps. Book a Free Trial Class Solved Examples on Pythagorean Theorem Calculator Example 1: A right-angled triangle ABC, has base BC = 12 units, height AB = 5 units. What is the length of AC? Solution: By Pythagoras theorem we know that, AB2 + BC2 = AC2 AC2 = 52 + 122 AC = (52 + 122) = (52 + 122) AC = 13 units. Answer: The length of AC is 13 units. Example 2: A right-angled triangle PQR, has angle Q = 90. PQ = 8 units. PR = 10 units. Find QR. Solution: By Pythagoras Theorem we know that, PR2= PQ2 + QR2 102 = 82 + QR2 QR2 = 102 - 82 QR = (102 - 82) = (102 - 82) QR = 6 units. Answer: The length of QR is 6 units. Similarly, you can use the Pythagorean Calculator calculator to find the hypotenuse of right-angled triangles with: Side a = 6 units and side b = 8 units. Side a = 12 units and side b = 5 units. Side a = 3 units and side b = 4 units. Related Articles: Pythagoras Theorem Right Angled Triangle Math Calculators: The Pythagoras theorem is an important theorem used in geometry that shows the relationship between the lengths of the sides of a right-angled triangle. It is named after the famous Greek mathematician Pythagoras and is also known as the Pythagorean theorem.The Pythagoras theorem holds great significance in geometry and forms the base for solving various mathematical problems. It finds many real-life applications in the field of construction, navigation, surveying, architecture, etc.What is Pythagoras Theorem?The Pythagoras theorem states that the sum of the square of the two sides of a right-angle triangle is equal to the square of the third side called the hypotenuse. The equation formed as per the Pythagoras theorem is a + b = c, where a, b and c are the sides of a right triangle. The ability to find the length of a side when the other two sides length is given makes the Pythagorean Theorem a beneficial construction and navigation technique.Here are 5 real-life applications of the Pythagorean Theorem1. ArchitectureThe Pythagorean Theorem is applicable to calculate the length of the diagonal connecting any two straight lines. This aspect of the Pythagorean theorem is pretty useful in designing and construction. For instance, while building a sloped roof, if you know the height and the length of the roof to cover, you can use the Pythagorean Theorem to find the diagonal length or to calculate the roofs slope. You can utilize this data to precisely cut beams to support the roof structure or to calculate the roofs total area.2. Painting WallsPainters also make use of the Pythagoras theorem to paint buildings. They need to evaluate the ladder height and distance from the wall to complete the work without an accident. In this case, the ladder is the hypotenuse in terms of the theorem.3. NavigationThe Pythagorean theorem is useful in two-dimensional navigation, mostly used by ships to find the shortest routes. Sailors navigate using this theorem by making a horizontal and a vertical line from the current location to form a right angled triangle in order to find the shortest distance to the destination. The distances in each direction will be the two sides of the triangle, and the shortest line connecting them will be diagonal. The same law applies to other forms of navigation on land or the sky. For instance, a flight can use its altitude above sea level and its distance from the destination airport to find the exact geolocation to begin a safe descent to that airport.4. Building Square & AnglesRight angles and square shapes are quite common in building designs and construction work. Engineers use the basic property of the Pythagoras theorem, which states that if the sides satisfy the theorem condition, the triangle will always form a right angle. While laying out the building foundation or constructing a right-angled corner between two walls, engineers set out a triangle from three strings that correspond with sides lengths satisfying the theorem.5. SurveyingThe Pythagorean Theorem is used to calculate many aspects of the terrain that otherwise are hard to assess, such as the steepness of slopes of mountains. A surveyor uses a telescope and a measuring stick at a fixed distance away, so when the telescopes line of sight and the measuring stick create a right angle, a triangle is formed. Since the surveyor has the information about the two sides of the triangle that are the height of the measuring stick and the horizontal distance of the stick from the telescope, he calculates the steepness of the hill by using the theorem to find the length of the slope that covers that distance.ConclusionThe Pythagorean theorem is foundational in various branches of mathematics, physics, geology, architecture, and more. There are numerous interactive activities for kids to reinforce the Pythagoras theorems understanding, like maths games, puzzles, and worksheets.Cuemath offers excellent learning resources for kids to gain a clear understanding of various concepts and their applications in our everyday life. Cuemath live online classes are designed to promote the real-life application of maths for kids to learn interestingly.Watch this space for updates in the Hacks category onRunning Wolfs Rant.Like what you just read? Subscribe To Our Newsletter to stay in the loop. Feel free to explore our website, check out our Featured Articles or scroll down to see the articles that are related to this article below. We've been around since 2008, so there's plenty of content. Looking for a gift for that special person in your life? Check out Netflorist.co.za, South Africa's top online florist and gift service. They offer flowers, gifts, and hampers for all occasions AND reliable nationwide delivery. Share copy and redistribute the material in any medium or format for any purpose, even commercially. Adapt remix, transform, and build upon the material for any purpose, even commercially. The licensor cannot revoke these freedoms as long as you follow the license terms. Attribution You must give appropriate credit , provide a link to the license, and indicate if changes were made . You may do so in any reasonable manner, but not in any way that suggests the licensor endorses you or your use. ShareAlike If you remix, transform, or build upon the material, you must distribute your contributions under the same license as the original. No additional restrictions You may not apply legal terms or technological measures that legally restrict others from doing anything the license permits. You do not have to comply with the license for elements of the material in the public domain or where your use is permitted by an applicable exception or limitation . No warranties are given. The license may not give you all of the permissions necessary for your intended use. For example, other rights such as publicity, privacy, or moral rights may limit how you use the material. Relation between sides of a right trianglePythagorean theoremTypeTheoremFieldEuclidean geometryStatementThe sum of the areas of the two squares on the legs (a and b) equals the area of the square on the hypotenuse (c).Symbolic statement a 2 + b 2 = c 2 {\displaystyle a^{2}+b^{2}=c^{2}} GeneralizationsLaw of cosinesSolid geometryNon-Euclidean geometryDifferential geometryConsequencesPythagorean tripleReciprocal Pythagorean theoremComplex numberEuclidean distancePythagorean trigonometric identityGeometryProjecting a sphere to a planeBranchesEuclideanNon-EuclideanElliptic SphericalHyperbolicNon-Archimedean geometryProjectiveAffineSyntheticAnalyticAlgebraicArithmeticDiophantineDifferentialRiemannianSymplecticDiscrete differentialComplexFiniteDiscrete/CombinatorialDigitalConvexComputationalFractalIncidence Noncommutative geometryNoncommutative algebraic geometryConceptsFeaturesDimensionStraightedge and compass constructionsAngleCurveDiagonalOrthogonality (Perpendicular)ParallelVertexCongruenceSimilaritySymmetryZero-dimensionalPointOne-dimensionalLinesegmentrayLengthTwo-dimensionalPlaneAreaPolygonTriangleAltitudeHypotenusePythagorean theoremParallelogramSquareRectangleRhombusRhomboidQuadrilateralTrapezoidKiteCircleDiameterCircumferenceAreaThree-dimensionalVolumeCubecuboidCylinderDodecahedronIcosahedronOctahedronPyramidPlatonic SolidSphereTetrahedronFour-/other-dimensionalTesseractHypersphereGeometersby nameAidaAryabhataAhmesAlhazenApolloniusArchimedesAtiyahBaudhayanaBolyaiBrahmaguptaCartanChernCoxeterDescartesEuclidEulerGaussGromovHilbertHuygensJyehadevaKtyyanaKhayymKleinLobachevskyManavaMinkowskiMinggatuPascalPythagorasParameshvaraPoincarRiemannSakabeSijzial-TusiVeblenVirasenaYang Huial-YasaminZhangList of geometersby periodBCEAhmesBaudhayanaManavaPythagorasEuclidArchimedesApollonius11400sZhangKtyyanaAryabhataBrahmaguptaVirasenaAlhazenSijziKhayymal-Yasaminal-TusiYang HuiParameshvara1400s1700sJyehadevaDescartesPascalHuygensMinggatuEulerSakabeAida1700s1900sGaussLobachevskyBolyaiRiemannKleinPoincarHilbertMinkowskiCartanVeblenCoxeterChernPresent dayAtiyahGromovvteIn mathematics, the Pythagorean theorem or Pythagoras' theorem is a fundamental relation in Euclidean geometry between the three sides of a right triangle. It states that the area of the square whose side is the hypotenuse (the side opposite the right angle) is equal to the sum of the areas of the squares on the other two sides.The theorem can be written as an equation relating the lengths of the sides a, b and the hypotenuse c, sometimes called the Pythagorean equation: [1] a 2 + b 2 = c 2 . {\displaystyle a^{2}+b^{2}=c^{2}.} The theorem is named for the Greek philosopher Pythagoras, born around 570 BC. The theorem has been proved numerous times by many different methods possibly the most for any mathematical theorem. The proofs are diverse, including both geometric proofs and algebraic proofs, with some dating back thousands of years.When Euclidean space is represented by a Cartesian coordinate system in analytic geometry, Euclidean distance satisfies the Pythagorean relation: the squared distance between two points equals the sum of squares of the difference in each coordinate between the points.The theorem can be generalized in various ways: to higher-dimensional spaces, to spaces that are not Euclidean, to objects that are not right triangles, and to objects that are not triangles at all but n-dimensional solids.Rearrangement proof of the Pythagorean theorem.(The area of the white space remains constant throughout the translation rearrangement of the triangles. At all moments in time, the area is always c2. And likewise, at all moments in time, the area is always a2 + b2.)In one rearrangement proof, two squares are used whose sides have a measure of a + b {\displaystyle a+b} and which contain four right triangles whose sides are a, b and c, with the hypotenuse being c. In the square on the right side, the triangles are placed such that the corners of the square correspond to the corners of the right angle in the triangles, forming a square in the center whose sides are length c. Each outer square has an area of (a + b) 2 {\displaystyle (a+b)^{2}} as well as 2 a b + c 2 {\displaystyle 2ab+c^{2}} , with 2 a b {\displaystyle 2ab} representing the total area of the four triangles. Within the big square on the left side, the four triangles are moved to form two similar rectangles with sides of length a and b. These rectangles in their new position have now delineated two new squares, one having side length a is formed in the bottom-left corner, and another square of side length b formed in the top-right corner. In this new position, this left side now has a square of area (a + b) 2 {\displaystyle (a+b)^{2}} as well as 2 a b + a 2 + b 2 {\displaystyle 2ab+a^{2}+b^{2}} . Since both squares have the area of (a + b) 2 {\displaystyle (a+b)^{2}} it follows that the other measure of the square area also equal each other such that 2 a b + c 2 {\displaystyle 2ab+c^{2}} = 2 a b + a 2 + b 2 {\displaystyle 2ab+a^{2}+b^{2}} . With the area of the four triangles removed from both side of the equation what remains is a 2 + b 2 = c 2 . {\displaystyle a^{2}+b^{2}=c^{2}.} [2]In another proof rectangles in the second box can also be placed such that both have one corner that correspond to consecutive corners of the square. In this way they also form two boxes, this time in consecutive corners, with areas a 2 {\displaystyle a^{2}} and b 2 {\displaystyle b^{2}} which will again lead to a second square of with the area 2 a b + a 2 + b 2 {\displaystyle 2ab+a^{2}+b^{2}} .English mathematician Sir Thomas Heath gives this proof in his commentary on Proposition I.47 in Euclid's Elements, and mentions the proposals of German mathematicians Carl Anton Bretschneider and Hermann Hankel that Pythagoras may have known this proof. Heath himself favors a different proposal for a Pythagorean proof, but acknowledges from the outset of his discussion "that the Greek literature which we possess belonging to the first five centuries after Pythagoras contains no statement specifying this or any other particular great geometric discovery to him."[3] Recent scholarship has cast increasing doubt on any sort of role for Pythagoras as a creator of mathematics, although debate about this continues.[4]Diagram of the two algebraic proofsThe theorem can be proved algebraically using four copies of the same triangle arranged symmetrically around a square with side c, as shown in the lower part of the diagram.[5] This results in a larger square, with side a + b and area (a + b)2. The four triangles and the square side c must have the same area as the larger square, (b + a) 2 = c 2 + 4 a b 2 = c 2 + 2 a b , {\displaystyle (b+a)^{2}=c^{2}+4{\frac {ab}{2}}=c^{2}+2ab,} giving c 2 = (b + a) 2 2 a b = b 2 + 2 a b + a 2 2 a b = a 2 + b 2 . {\displaystyle c^{2}=(b+a)^{2}-2ab=b^{2}+2ab+a^{2}-2ab=a^{2}+b^{2}.} A similar proof uses four copies of a right triangle with sides a, b and c, arranged inside a square with side c as in the top half of the diagram.[6] The triangles are similar with area 1 2 a b {\displaystyle {\tfrac {1}{2}}ab} , while the small square has side b a and area (b a)2. The area of the large square is therefore (b a) 2 + 4 a b 2 = (b a) 2 + 2 a b = b 2 2 a b + a 2 + 2 a b = a 2 + b 2 . {\displaystyle (b-a)^{2}+4{\frac {ab}{2}}=(b-a)^{2}+2ab=b^{2}-2ab+a^{2}+2ab=a^{2}+b^{2}.} But this is a square with side c and area c2, so c 2 = a 2 + b 2 . {\displaystyle c^{2}=a^{2}+b^{2}.} This theorem may have more known proofs than any other (the law of quadratic reciprocity being another contender for that distinction); the book The Pythagorean Proposition contains 370 proofs.[7]In this section, and as usual in geometry, a "word" of two capital letters, such as AB denotes the length of the line segment defined by the points labeled with the letters, and not a multiplication. So, AB2 denotes the square of the length AB and not the product A B 2 . {\displaystyle A\times B^{2}.} Proof using similar trianglesThis proof is based on the proportionality of the sides of three similar triangles, that is, upon the fact that the ratio of any two corresponding sides of similar triangles is the same regardless of the size of the triangles.Let ABC represent a right triangle, with the right angle located at C, as shown on the figure. Draw the altitude from point C, and call H its intersection with the side AB. Point H divides the length of the hypotenuse c into parts d and e. The new triangle, ACH, is similar to triangle ABC, because they both have a right angle (by definition of the altitude), and they share the angle at A, meaning that the third angle will be the same in both triangles as well, marked as in the figure. By a similar reasoning, the triangle CBH is also similar to ABC. The proof of similarity of the triangles requires the triangle postulate: The sum of the angles in a triangle is two right angles, and is equivalent to the parallel postulate. Similarity of the triangles leads to the equality of ratios of corresponding sides: B C A B = B H B C and A C A B = A H A C . {\displaystyle {\frac {BC}{AB}}={\frac {BH}{BC}}{\text{ and }}{\frac {AC}{AB}}={\frac {AH}{AC}}.} The first result equates the cosines of the angles , whereas the second result equates their sines.These ratios can be written as B C 2 = A B B H and A C 2 = A B A H . {\displaystyle BC^{2}=AB\times BH{\text{ and }}AC^{2}=AB\times AH.} Summing these two equalities results in B C 2 + A C 2 = A B B H + A B A H = A B (A H + B H) = A B 2 , {\displaystyle BC^{2}+AC^{2}=AB\times BH+AB\times AH=AB(AH+BH)=AB^{2},} which, after simplification, demonstrates the Pythagorean theorem: B C 2 + A C 2 = A B 2 . {\displaystyle BC^{2}+AC^{2}=AB^{2}.} The role of this proof in history is the subject of much speculation. The underlying question is why Euclid did not use this proof, but invented another. One conjecture is that the proof by similar triangles involved a theory of proportions, a topic not discussed until later in the Elements, and that the theory of proportions needed further development at that time.[8]Right triangle on the hypotenuse dissected into two similar right triangles on the legs, according to Einstein's proof.Albert Einstein gave a proof by dissection in which the pieces do not need to be moved.[9] Instead of using a square on the hypotenuse and two squares on the legs, one can use any other shape that includes the hypotenuse, and two similar shapes that each include one of two legs instead of the hypotenuse (see Similar figures on the three sides). In Einstein's proof, the shape that includes the hypotenuse is the right triangle itself. The dissection consists of dropping a perpendicular from the vertex of the right angle of the triangle to the hypotenuse, thus splitting the whole triangle into two parts. Those two parts have the same shape as the original right triangle, and have the legs of the original triangle as their hypotenuses, and the sum of their areas is that of the original triangle. Because the ratio of the area of a right triangle to the square of its hypotenuse is the same for similar triangles, the relationship between the areas of the three triangles holds for the squares of the sides of the large triangle as well.Proof in Euclid's ElementsIn outline, here is how the proof in Euclid's Elements proceeds. The large square is divided into a left

= a b n sin a b = a b cos , {\displaystyle {\begin{aligned}\mathbf {a} \times \mathbf {b} &=ab\mathbf {n} \sin {\theta }\\\mathbf {a} \cdot \mathbf {b} &=ab\cos {\theta },\end{aligned}}} with n a unit vector normal to both a and b. The relationship follows from these definitions and the Pythagorean trigonometric identity.This can also be used to define the cross product. By rearranging the following equation is obtained a b 2 = a 2 b 2 (a b) 2 . {\displaystyle \|\mathbf {a} \times \mathbf {b} \|^{2}=\|\mathbf {a} \|^{2}\|\mathbf {b} \|^{2}-(\mathbf {a} \cdot \mathbf {b})^{2}.} This can be considered as a condition on the cross product and so part of its definition, for example in seven dimensions.[40][41]Main article: Parallel postulateIf the first four of the Euclidean geometry axioms are assumed to be true then the Pythagorean theorem is equivalent to the fifth. That is, Euclid's fifth postulate implies the Pythagorean theorem and vice-versa.The Pythagorean theorem generalizes beyond the areas of squares on the three sides to any similar figures. This was known by Hippocrates of Chios in the 5th century BC,[42] and was included by Euclid in his Elements:[43]If one erects similar figures (see Euclidean geometry) with corresponding sides on the sides of a right triangle, then the sum of the areas of the ones on the two smaller sides equals the area of the one on the larger side.This extension assumes that the sides of the original triangle are the corresponding sides of the three congruent figures (so the common ratios of sides between the similar figures are a:b:c).[44] While Euclid's proof only applied to convex polygons, the theorem also applies to concave polygons and even to similar figures that have curved boundaries (but still with part of a figure's boundary being the side of the original triangle).[44]The basic idea behind this generalization is that the area of a plane figure is proportional to the square of any linear dimension, and in particular is proportional to the square of the length of any side. Thus, if similar figures with areas A, B and C are erected on sides with corresponding lengths a, b and c then: A a 2 = B b 2 = C c 2 , {\displaystyle {\frac {A}{a^{2}}}={\frac {B}{b^{2}}}={\frac {C}{c^{2}}}\,.} A + B = a 2 c 2 C + b 2 c 2 C . {\displaystyle \Rightarrow A+B={\frac {a^{2}}{c^{2}}}C+{\frac {b^{2}}{c^{2}}}C\,.} But, by the Pythagorean theorem, a2 + b2 = c2, so A + B = C.Conversely, if we can prove that A + B = C for three similar figures without using the Pythagorean theorem, then we can work backwards to construct a proof of the theorem. For example, the starting center triangle can be replicated and used as a triangle C on its hypotenuse, and two similar right triangles (A and B) constructed on the other two sides, formed by dividing the central triangle by its altitude. The sum of the areas of the two smaller triangles therefore is that of the third, thus A + B = C and reversing the above logic leads to the Pythagorean theorem a2 + b2 = c2. (See also Einstein's proof by dissection without rearrangement)Generalization for similar triangles,green area A + B = blue area CPythagoras' theorem using similar right trianglesGeneralization for regular pentagonsMain article: Law of cosinesThe separation s of two points (r1, 1) and (r2, 2) in polar coordinates is given by the law of cosines. Interior angle = 12.The Pythagorean theorem is a special case of the more general theorem relating the lengths of sides in any triangle, the law of cosines, which states that a 2 + b 2 2 a b cos = c 2 {\displaystyle a^{2}+b^{2}-2ab\cos {\theta }=c^{2}} where {\displaystyle \theta } is the angle between sides a {\displaystyle a} and b {\displaystyle b} .[45]When {\displaystyle \theta } is 2 {\displaystyle {\frac {\pi }{2}}} radians or 90, then cos = 0 {\displaystyle \cos {\theta }=0} , and the formula reduces to the usual Pythagorean theorem.Generalization of Pythagoras' theorem by Tbit ibn Qorra.[46] Lower panel: reflection of triangle CAD (top) to form triangle DAC, similar to triangle ABC (top).At any selected angle of a general triangle of sides a, b, c, inscribe an isosceles triangle such that the equal angles at its base are the same as the selected angle. Suppose the selected angle is opposite the side labeled c. Inscribing the isosceles triangle forms triangle CAD with angle opposite side b and with side r along c. A second triangle is formed with angle opposite side a and a side with length s along c, as shown in the figure. Tbbit ibn Qurra stated that the sides of the three triangles were related as:[47][48] a 2 + b 2 = c (r + s) . {\displaystyle a^{2}+b^{2}=c(r+s)\ .} As the angle approaches /2, the base of the isosceles triangle narrows, and lengths r and s overlap less and less. When = /2, ADB becomes a right triangle, r + s = c, and the original Pythagorean theorem is regained.One proof observes that triangle ABC has the same angles as triangle CAD, but in opposite order. (The two triangles share the angle at vertex A, both contain the angle , and so also have the same third angle by the triangle postulate.) Consequently, ABC is similar to the reflection of CAD, the triangle DAC in the lower panel. Taking the ratio of sides opposite and adjacent to , c b = b r . {\displaystyle {\frac {c}{b}}={\frac {b}{r}}\ .} Likewise, for the reflection of the other triangle, c a = a s . {\displaystyle {\frac {c}{a}}={\frac {a}{s}}\ .} Clearing fractions and adding these two relations: c s + c r = a 2 + b 2 , {\displaystyle cs+cr=a^{2}+b^{2}\ ,} the required result.The theorem remains valid if the angle {\displaystyle \theta } is obtuse so the lengths r and s are non-overlapping.Generalization for arbitrary triangles,green area = blue areaConstruction for proof of parallelogram generalizationPappus's area theorem is a further generalization, that applies to triangles that are not right triangles, using parallelograms on the three sides in place of squares (squares are a special case, of course). The upper figure shows that for a scalene triangle, the area of the parallelogram on the longest side is the sum of the areas of the parallelograms on the other two sides, provided the parallelogram on the long side is constructed as indicated (the dimensions labeled with arrows are the same, and determine the sides of the bottom parallelogram). This replacement of squares with parallelograms bears a clear resemblance to the original Pythagoras' theorem, and was considered a generalization by Pappus of Alexandria in 4AD[49][50]The lower figure shows the elements of the proof. Focus on the left side of the figure. The left green parallelogram has the same area as the left, blue portion of the bottom parallelogram because both have the same base b and height h. However, the left green parallelogram also has the same area as the left green parallelogram of the upper figure, because they have the same base (the upper left side of the triangle) and the same height normal to that side of the triangle. Repeating the argument for the right side of the figure, the bottom parallelogram has the same area as the sum of the two green parallelograms.Pythagoras' theorem in three dimensions relates the diagonal AD to the three sides.A tetrahedron with outward facing right-angle cornerIn terms of solid geometry, Pythagoras' theorem can be applied to three dimensions as follows. Consider the cuboid shown in the figure. The length of face diagonal AC is found from Pythagoras' theorem as: A C 2 = A B 2 + B C 2 , {\displaystyle {\overline {AC}}^{\,2}={\overline {AB}}^{\,2}+{\overline {BC}}^{\,2}\,,} where these three sides form a right triangle. Using diagonal AC and the horizontal edge CD, the length of body diagonal AD then is found by a second application of Pythagoras' theorem as: A D 2 = A C 2 + C D 2 , {\displaystyle {\overline {AD}}^{\,2}={\overline {AC}}^{\,2}+{\overline {CD}}^{\,2}\,,} or, doing it all in one step: A D 2 = A B 2 + B C 2 + C D 2 . {\displaystyle {\overline {AD}}^{\,2}={\overline {AB}}^{\,2}+{\overline {BC}}^{\,2}+{\overline {CD}}^{\,2}\,.} This result is the three-dimensional expression for the magnitude of a vector v (the diagonal AD) in terms of its orthogonal components {vk} (the three mutually perpendicular sides): v 2 = k = 1 3 v k 2 . {\displaystyle \|\mathbf {v} \|^{2}=\sum _{k=1}^{3}\|\mathbf {v} _{k}\|^{2}.} This one-step formulation may be viewed as a generalization of Pythagoras' theorem to higher dimensions. However, this result is really just the repeated application of the original Pythagoras' theorem to a succession of right triangles in a sequence of orthogonal planes.A substantial generalization of the Pythagorean theorem to three dimensions is de Gua's theorem, named for Jean Paul de Gua de Malves: If a tetrahedron has a right angle corner (like a corner of a cube), then the square of the area of the face opposite the right angle corner is the sum of the squares of the areas of the other three faces. This result can be generalized as in the "n-dimensional Pythagorean theorem":[51]Let x 1 , x 2 , , x n {\displaystyle x_{1},x_{2},\ldots ,x_{n}} be orthogonal vectors in Rn. Consider the n-dimensional simplex S with vertices 0 , x 1 , , x n {\displaystyle 0,x_{1},\ldots ,x_{n}} . (Think of the (n 1)-dimensional simplex with vertices x 1 , , x n {\displaystyle x_{1},\ldots ,x_{n}} not including the origin as the "hypotenuse" of S and the remaining (n 1)-dimensional faces of S as its "legs".) Then the square of the volume of the hypotenuse of S is the sum of the squares of the volumes of the n legs.This statement is illustrated in three dimensions by the tetrahedron in the figure. The "hypotenuse" is the base of the tetrahedron at the back of the figure, and the "legs" are the three sides emanating from the vertex in the foreground. As the depth of the base from the vertex increases, the area of the "legs" increases, while that of the base is fixed. The theorem suggests that when this depth is at the value creating a right vertex, the generalization of Pythagoras' theorem applies. In a different wording:[52]Given an n-rectangular n-dimensional simplex, the square of the (n 1)-content of the facet opposing the right vertex will equal the sum of the squares of the (n 1)-contents of the remaining facets.Vectors involved in the parallelogram lawThe Pythagorean theorem can be generalized to inner product spaces,[53] which are generalizations of the familiar 2-dimensional and 3-dimensional Euclidean spaces. For example, a function may be considered as a vector with infinitely many components in an inner product space, as in functional analysis.[54]In an inner product space, the concept of perpendicularity is replaced by the concept of orthogonality: two vectors v and w are orthogonal if their inner product v , w {\displaystyle \langle \mathbf {v} ,\mathbf {w} \rangle } is zero. The inner product is a generalization of the dot product of vectors. The dot product is called the standard inner product or the Euclidean inner product. However, other inner products are possible.[55]The concept of length is replaced by the concept of the norm v of a vector v, defined as:[56] v v , v . {\displaystyle \lVert \mathbf {v} \rVert \equiv {\sqrt {\langle \mathbf {v} ,\mathbf {v} \rangle }}\,.} In an inner-product space, the Pythagorean theorem states that for any two orthogonal vectors v and w we have v + w 2 = v 2 + w 2 . {\displaystyle \left\|\mathbf {v} +\mathbf {w} \right\|^{2}=\left\|\mathbf {v} \right\|^{2}+\left\|\mathbf {w} \right\|^{2}.} Here the vectors v and w are akin to the sides of a right triangle with hypotenuse given by the vector sum v+w. This form of the Pythagorean theorem is a consequence of the properties of the inner product: v + w 2 = v + w , v + w = v , v + w , w + v , w + w , v = v 2 + w 2 , {\displaystyle {\begin{aligned}\left\|\mathbf {v} +\mathbf {w} \right\|^{2}&=\langle \mathbf {v+w} ,\ \mathbf {v+w} \rangle \\[3mu]&=\langle \mathbf {v} ,\ \mathbf {v} \rangle +\langle \mathbf {w} ,\ \mathbf {w} \rangle +\langle \mathbf {v,\ w} \rangle +\langle \mathbf {w,\ v} \rangle \\[3mu]&=\left\|\mathbf {v} \right\|^{2}+\left\|\mathbf {w} \right\|^{2},\end{aligned}}} where v , w = w , v = 0 {\displaystyle \langle \mathbf {v,\ w} \rangle =\langle \mathbf {w,\ v} \rangle =0} because of orthogonality.A further generalization of the Pythagorean theorem in an inner product space to non-orthogonal vectors is the parallelogram law:[56] 2 v 2 + 2 w 2 = v + w 2 + v w 2 , {\displaystyle 2\|\mathbf {v} \|^{2}+2\|\mathbf {w} \|^{2}=\|\mathbf {v+w} \|^{2}+\|\mathbf {v-w} \|^{2}\ ,} which says that twice the sum of the squares of the lengths of the sides of a parallelogram is the sum of the squares of the lengths of the diagonals. Any norm that satisfies this equality is ipso facto a norm corresponding to an inner product.[56]The Pythagorean identity can be extended to sums of more than two orthogonal vectors. If v1, v2, ..., vn are pairwise-orthogonal vectors in an inner-product space, then application of the Pythagorean theorem to successive pairs of these vectors (as described for 3-dimensions in the section on solid geometry) results in the equation[57] k = 1 n v k 2 = k = 1 n v k 2 {\displaystyle {\biggl \|}\sum _{k=1}^{n}\mathbf {v} _{k}{\biggr \|}^{2}=\sum _{k=1}^{n}\|\mathbf {v} _{k}\|^{2}} Another generalization of the Pythagorean theorem applies to Lebesgue-measurable sets of objects in any number of dimensions. Specifically, the square of the measure of an m-dimensional set of objects in one or more parallel m-dimensional flats in n-dimensional Euclidean space is equal to the sum of the squares of the measures of the orthogonal projections of the object(s) onto all m-dimensional coordinate subspaces.[58]In mathematical terms: m s 2 = i = 1 x 2 m p i {\displaystyle \mu _{ms}^{2}=\sum _{i=1}^{x}\mathbf {\mu ^{2}} _{mp_{i}}} where: m {\displaystyle \mu _{m}} is a measure in m-dimensions (a length in one dimension, an area in two dimensions, a volume in three dimensions, etc.). s {\displaystyle s} is a set of one or more non-overlapping m-dimensional objects in one or more parallel m-dimensional flats in n-dimensional Euclidean space. m s {\displaystyle \mu _{ms}} is the total measure (sum) of the set of m-dimensional objects. p {\displaystyle p} represents an m-dimensional projection of the original set onto an orthogonal coordinate subspace. m p i {\displaystyle \mu _{mp_{i}}} is the measure of the m-dimensional set projection onto m-dimensional coordinate subspace i {\displaystyle i} . Because object projections can overlap on a coordinate subspace, the measure of each object projection in the set must be calculated individually, then measures of all projections added together to provide the total measure for the set of projections on the given coordinate subspace. x {\displaystyle x} is the number of orthogonal, m-dimensional coordinate subspaces in n-dimensional space (Rn) onto which the m-dimensional objects are projected (m n): x = (n m) = n ! m ! (n m) ! {\displaystyle x={\binom {n}{m}}={\frac {n!}{m!(n-m)!}}} The Pythagorean theorem is derived from the axioms of Euclidean geometry, and in fact, were the Pythagorean theorem to fail for some right triangle, then the plane in which this triangle is contained cannot be Euclidean. More precisely, the Pythagorean theorem implies, and is implied by, Euclid's Parallel (Fifth) Postulate.[59][60] Thus, right triangles in a non-Euclidean geometry[61]do not satisfy the Pythagorean theorem. For example, in spherical geometry, all three sides of the right triangle (say a, b, and c) bounding an octant of the unit sphere have length equal to /2, and all its angles are right angles, which violates the Pythagorean theorem because a 2 + b 2 = 2 c 2 > c 2 {\displaystyle a^{2}+b^{2}=2c^{2}>c^{2}} .Here two cases of non-Euclidean geometry are consideredspherical geometry and hyperbolic plane geometry; in each case, as in the Euclidean case for non-right triangles, the result replacing the Pythagorean theorem follows from the appropriate law of cosines.However, the Pythagorean theorem remains true in hyperbolic geometry and elliptic geometry if the condition that the triangle be right is replaced with the condition that two of the angles sum to the third, say A+B = C. The sides are then related as follows: the sum of the areas of the circles with diameters a and b equals the area of the circle with diameter c.[62]Spherical triangleFor any right triangle on a sphere of radius R (for example, if in the figure is a right angle), with sides a, b, c, the relation between the sides takes the form:[63] cos c R = cos a R cos b R . {\displaystyle \cos {\frac {c}{R}}=\cos {\frac {a}{R}}\,\cos {\frac {b}{R}}.} This equation can be derived as a special case of the spherical law of cosines that applies to all spherical triangles: cos c R = cos a R cos b R + sin a R sin b R cos . {\displaystyle \cos {\frac {c}{R}}=\cos {\frac {a}{R}}\,\cos {\frac {b}{R}}+\sin {\frac {a}{R}}\,\sin {\frac {b}{R}}\,\cos {\gamma }.} For infinitesimal triangles on the sphere (or equivalently, for finite spherical triangles on a sphere of infinite radius), the spherical relation between the sides of a right triangle reduces to the Euclidean form of the Pythagorean theorem. To see how, assume we have a spherical triangle of fixed side lengths a, b, and c on a sphere with expanding radius R. As R approaches infinity the quantities a/R, b/R, and c/R tend to zero and the spherical Pythagorean identity reduces to 1 = 1 , {\displaystyle 1=1,} so we must look at its asymptotic expansion.The Maclaurin series for the cosine function can be written as cos x = 1 1 2 x 2 + O (x 4) {\textstyle \cos x=1-{\tfrac {1}{2}}x^{2}+O{\left(x^{4}\right)}} with the remainder term in big O notation. Letting x = c / R {\displaystyle x=c/R} be a side of the triangle, and treating the expression as an asymptotic expansion in terms of R for a fixed c, cos c R = 1 c 2 2 R 2 + O (R 4) {\displaystyle {\begin{aligned}\cos {\frac {c}{R}}=1-{\frac {c^{2}}{2R^{2}}}+O{\left(R^{-4}\right)}\end{aligned}}} and likewise for a and b. Substituting the asymptotic expansion for each of the cosines into the spherical relation for a right triangle yields 1 c 2 2 R 2 + O (R 4) = (1 a 2 2 R 2 + O (R 4)) (1 b 2 2 R 2 + O (R 4)) = 1 a 2 2 R 2 b 2 2 R 2 + O (R 4) . {\displaystyle {\begin{aligned}1-{\frac {c^{2}}{2R^{2}}}+O{\left(R^{-4}\right)}&=\left(1-{\frac {a^{2}}{2R^{2}}}+O{\left(R^{-4}\right)}\right)\left(1-{\frac {b^{2}}{2R^{2}}}+O{\left(R^{-4}\right)}\right)\\&=1-{\frac {a^{2}}{2R^{2}}}-{\frac {b^{2}}{2R^{2}}}+O{\left(R^{-4}\right)}.\end{aligned}}} Subtracting 1 and then negating each side, c 2 2 R 2 = a 2 2 R 2 + b 2 2 R 2 + O (R 4) . {\displaystyle {\frac {c^{2}}{2R^{2}}}={\frac {a^{2}}{2R^{2}}}+{\frac {b^{2}}{2R^{2}}}+O{\left(R^{-4}\right)}.} Multiplying through by 2R2, the asymptotic expansion for c in terms of fixed a, b and variable R is c 2 = a 2 + b 2 + O (R 2) . {\displaystyle c^{2}=a^{2}+b^{2}+O{\left(R^{-2}\right)}.} The Euclidean Pythagorean relationship c 2 = a 2 + b 2 {\textstyle c^{2}=a^{2}+b^{2}} is recovered in the limit, as the remainder vanishes when the radius R approaches infinity.For practical computation in spherical trigonometry with small right triangles, cosines can be replaced with sines using the double-angle identity cos 2 = 1 2 sin 2 {\displaystyle \cos {2\theta }=1-2\sin ^{2}{\theta }} to avoid loss of significance. Then the spherical Pythagorean theorem can alternately be written as sin 2 c 2 R = sin 2 a 2 R + sin 2 b 2 R 2 sin 2 a 2 R sin 2 b 2 R . {\displaystyle \sin ^{2}{\frac {c}{2R}}=\sin ^{2}{\frac {a}{2R}}+\sin ^{2}{\frac {b}{2R}}-2\sin ^{2}{\frac {a}{2R}}\,\sin ^{2}{\frac {b}{2R}}.} Hyperbolic triangle In a hyperbolic space with uniform Gaussian curvature 1/R2, for a right triangle with legs a, b, and hypotenuse c, the relation between the sides takes the form:[64] cosh c R = cosh a R cosh b R {\displaystyle \cosh {\frac {c}{R}}=\cosh {\frac {a}{R}}\,\cosh {\frac {b}{R}}} where cosh is the hyperbolic cosine. This formula is a special form of the hyperbolic law of cosines that applies to all hyperbolic triangles:[65] cosh c R = cosh a R cosh b R sinh a R sinh b R cos , {\displaystyle \cosh {\frac {c}{R}}=\cosh {\frac {a}{R}}\,\cosh {\frac {b}{R}}-\sinh {\frac {a}{R}}\,\sinh {\frac {b}{R}}\,\cos {\gamma }\ ,} with the angle at the vertex opposite the side c.By using the Maclaurin series for the hyperbolic cosine, cosh x 1 + x2/2, it can be shown that as a hyperbolic triangle becomes very small (that is, as a, b, and c all approach zero), the hyperbolic relation for a right triangle approaches the form of Pythagoras' theorem.For small right triangles (a, b h^2\). Por ejemplo, \(3> 2\) y \(3^2 = 9 > 4 = 2^2\). Por el teorema de Pitgoras, el cuadrado de la hipotenusa, \(h\), es $$ h^2 = a^2 + b^2 $$ Despejando, el cuadrado del cateto \(b\) es $$ b^2 = h^2 - a^2 $$ Como hemos visto que \(a^2\) es mayor que \(h^2\), entonces, la resta \(h^2-a^2\) es negativa: $$ b^2 = h^2 - a^2 < 0$$ Como consecuencia, el cuadrado de \(b\) tambin es negativo, lo cual es imposible porque un cuadrado no puede ser negativo. Esto es absurdo. Es decir, si suponemos que un cateto mide ms que la hipotenusa, llegamos a un absurdo. Por tanto, esta hiptesis es falsa. Veamos un ejemplo: supongamos un tringulo rectngulo cuya hipotenusa mide 2 y uno de sus catetos mide 3. Aplicamos Pitgoras para calcular el otro cateto, \(b\): $$ h^2 = a^2 +b^2 $$ $$ 2^2 = 3^2+b^2 $$ $$ 4 = 9 +b^2 $$ $$ b^2 = 4-9 $$ $$ b^2 = -5 $$ $$ b = \sqrt{-5} $$ Para poder aplicar el teorema de Pitgoras es importante distinguir la hipotenusa de los catetos. Sealad la hipotenusa de los siguientes tringulos: Resolvemos: En el rojo, la hipotenusa es \(b\). En el azul, la hipotenusa es \(a\). En el verde, la hipotenusa es \(a\). En el naranja no podemos hablar de hipotenusa y catetos porque no se trata de un tringulo rectngulo (es un tringulo obtusngulo). Calcular la hipotenusa del tringulo rectngulo cuyos catetos miden 3 y 4 centmetros. Calcular la hipotenusa del tringulo rectngulo cuyos catetos miden 1 centmetro. Resolvemos: Apartado 1: sabemos la medida de los catetos (\(a\) y \(b\)): $$ a = 3 \text{ cm,} \, b = 4\text{ cm} $$ Aplicando el teorema de Pitgoras podemos calcular la hipotenusa: Por tanto, la hipotenusa mide 5 centmetros. Representacin del tringulo: Contenido de esta pgina en versin Kindle: Apartado 2: sabemos la medida de los catetos (\(a\) y \(b\)): $$ a = b = 1 \text{ cm} $$ Aplicamos Pitgoras: Por tanto, la hipotenusa mide \(\sqrt{2}\) centmetros o, aproximando, 1.41 centmetros. Representacin del tringulo: Problema 2 Si la hipotenusa de un tringulo rectngulo mide 2cm y uno de sus lados mide 1cm, cunto mide el otro lado? Resolvemos: Llamamos a los catetos \(a\) y \(b\) y a la hipotenusa \(h\). Luego los datos que tenemos son: Por Pitgoras, sabemos que tiene que cumplirse Sustituimos los valores de \(a=1\) y \(h = 2\) en la frmula: Ahora, despejamos la \(b^2\) en la ecuacin: Tenemos la \(b\) al cuadrado, para calcularla, hacemos la raz cuadrada: Nota: hemos escrito los signos positivo y negativo porque es lo que matemticamente debemos hacer, pero como \(b\) representa la longitud de un cateto, no puede ser un nmero negativo. Por tanto, el cateto mide Podemos dejar la raz cuadrada o aproximarla: Representacin del tringulo: Problema 3 Calcular la hipotenusa del tringulo rectngulo cuyos catetos miden y . Resolvemos: Llamamos a los catetos \(a\) y \(b\) y a la hipotenusa \(h\) (aunque no importan los nombres siempre que apliquemos bien la frmula del teorema). Los datos que tenemos son Por el teorema de Pitgoras, sabemos que la hipotenusa es Sustituimos en la frmula los valores conocidos (\(a\) y \(b\)): Tenemos que calcular los cuadrados de las races cuadradas. Recordamos que el cuadrado de una raz cuadrada es su radicando (lo de dentro de la raz): Nota: observad que hemos usado la propiedad del producto de las races. Por tanto, la hipotenusa es La hipotenusa mide aproximadamente 2,24. No indicamos la unidad de medida (mm, cm, dm, m) ya que no se indica en el enunciado. Representacin del tringulo: Problema 4 En un campo de ftbol se han izado una bandera de Espaa y una de Mxico en unos mstiles de 25 metros de altura. Los mstiles se sujetan con dos cables que parten del mismo punto del suelo situado a 11 y 20 metros de distancia de los mstiles hasta cada uno de los extremos de los mismos. Calcular la longitud de ambos cables. Resolvemos: Representamos los tringulos rectngulos y las medidas que conocemos: Tenemos que aplicar el teorema de Pitgoras dos veces, sin confundir que hemos llamado a y b a las hipotenusas (no son los catetos). Calculamos la longitud del cable que sujeta la bandera de Espaa: Calculamos la longitud del cable que sujeta la bandera de Mxico: Problema 5 Calcular el permetro del siguiente rombo si sabemos que sus diagonales (altura y anchura) miden 16 y 12: Calcular la altura \(h\) del tringulo issceles cuya base mide 10 y cuyos lados miden 13: Resolvemos: Apartado a En primer lugar, recordad que el permetro es la suma de todos los lados del polgono y que todos los lados de un rombo miden lo mismo. Podemos dividir el rombo en cuatro tringulos rectngulos iguales (determinados por las diagonales del rombo): Recordad que en los rombos todos los lados miden lo mismo y los ngulos interiores son iguales dos a dos. Adems, como hemos realizado una divisin simtrica, sabemos que los catetos miden 8 y 6 en cada tringulo. Observad que los lados del rombo son las hipotenusas de los 4 tringulos rectngulos. Como los tringulos son iguales, slo hay que calcular una hipotenusa. Para calcular la hipotenusa aplicamos el teorema de Pitgoras: Por tanto, cada lado del rombo (o sea, cada hipotenusa) mide 10. El permetro es la suma de todos los lados. Como stos son iguales, slo tenemos que multiplicar por 4: Permetro = 410 = 40 Apartado b Es muy fcil ver que la altura \(h\) del tringulo lo divide en dos tringulos rectngulos de catetos \(5\) y \(h\) e hipotenusa 13. Por tanto, aplicando Pitgoras, la altura del tringulo issceles es 12: Nota: ha sido premeditado llamar \(h\) a la altura (por el ingls, height), pero no hay que confundirla con la \(h\) de hipotenusa al aplicar el teorema. Por eso en el radicando hay una resta: cuadrado de la hipotenusa menos cuadrado del cateto conocido. Problema 6 Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 70 centmetros de sta. Resolvemos: Hay que tener en cuenta que las unidades de medida no son las mismas. Podemos escribirlas todas en metros, as 70 centmetros son 0.7 metros: El tringulo que tenemos es La altura es uno de los catetos (\(a\)). Aplicamos el teorema de Pitgoras para calcularla: Por tanto, haciendo la raz cuadrada, Pero como \(a\) es la altura, debe ser positiva. Por tanto, la altura ser, aproximadamente 2.92 metros: Problema 7 Supongamos que la Tierra (azul), Marte (rojo) y el Sol (amarillo) se encuentran por un momento formando un tringulo rectngulo. Calcular la distancia entre la Tierra y Marte sabiendo que: La distancia Tierra-Sol es 150 millones de kilmetros. La distancia Marte-Sol es de 225 millones de kilmetros. Resolvemos: La distancia buscada es la hipotenusa \(h\). Aplicamos Pitgoras: Por tanto, la distancia entre la Tierra y Marte sera de unos 270.42 millones de kilmetros. Problema 8 La medida que se utiliza en los televisores es la longitud de la diagonal de la pantalla en unidades de pulgadas. Una pulgada equivale a 2,54 centmetros: Si David desea comprar un televisor para colocarlo en un hueco de 96x79cm, de cuntas pulgadas de diagonal debe ser el televisor? Resolvemos: Para calcular las pulgadas que caben en el hueco, debemos calcular cunto mide su diagonal y escribir el resultado en pulgadas. Como la diagonal del hueco es la hipotenusa de un tringulo rectngulo, aplicamos el teorema de Pitgoras: Por tanto, la diagonal mide unos 124,32cm. Nota: deberamos redondear la raz cuadrada a la baja para que el televisor quepa en el hueco. Pasamos de centmetros a pulgadas aplicando una regla de tres: Por tanto, el televisor que debe comprar David no puede exceder las 48,94 pulgadas. Problema 9 Al atardecer, un rbol proyecta una sombra de 2,5 metros de longitud. Si la distancia desde la parte ms alta del rbol al extremo ms alejado de la sombra es de 4 metros, cul es la altura del rbol? Resolvemos: Imaginamos un tringulo rectngulo de modo que su base, \(b\), es la sombra del rbol, su altura, \(a\), es la altura del rbol y su hipotenusa, \(h\), es la distancia desde el rbol al extremo de la sombra. Como el tringulo es rectngulo, aplicamos el teorema de Pitgoras para calcular su altura, \(a\): Finalmente, hacemos la raz cuadrada: Por tanto, la altura del rbol es, aproximadamente, 3,12 metros. Problema 10 Un clavadista (saltador de trampoln) est entrenando en una piscina con una plataforma. Cuando realiza el salto, cae a una distancia de 1 metro de la plataforma sumergindose 2,4 metros bajo el agua. Para salir a la superficie, bucea hasta el final de la piscina siguiendo una lnea transversal de 8,8 metros de longitud. Si la longitud desde la parte superior de la plataforma al lugar en donde emerge del agua es de 11,2 metros, cul es la altura de la plataforma (desde el nivel del agua)? Resolvemos: Segn la representacin, la profundidad de la piscina es de 2,4 metros. Tenemos un rectngulo de altura 2,4 m y cuya diagonal mide 8,8 m. Dicho de otro modo, tenemos un tringulo rectngulo cuya hipotenusa mide 8,8 m y uno de sus catetos mide 2,4 m. Calculamos el otro cateto b por Pitgoras (es la base del rectngulo): Pero como el clavadista cae a 1 metro de la plataforma, la longitud de la piscina es de 9,46 metros. Para calcular la altura \(a\) de la plataforma nos ayudamos del tringulo rectngulo cuya hipotenusa mide 11,2m y cuya base mide 9,46m: Por tanto, la altura de la plataforma es de unos 6 metros por encima del nivel del agua. Problema 11 Un parque de diversiones quiere construir una nueva atraccin que consiste en una tirolesa que parte desde la base superior de una columna con forma cilndrica. Si el radio de la columna es \(R = 2\) metros y el rea de su lateral es de 120 metros cuadrados, calcular la longitud del cable de la tirolesa para que alcance el suelo a 40 metros de distancia de la columna. Resolvemos: Tenemos un tringulo rectngulo de base 40m cuya hipotenusa coincide con la tirolesa. La altura de la columna, \(h\), la podemos calcular a partir de su rea lateral y su radio, \(R\). El rea lateral del cilindro es la del rectngulo de altura \(h\) y cuya base es el permetro de la base del cilindro, es decir, dos veces el radio por pi. Por tanto, el rea del lateral de la columna es Sustituimos el rea (\(A =120\pi m^2\)) y el radio (\(R=2m\)) y resolvemos la ecuacin: Luego la altura de la columna es de 30 metros. Finalmente, calculamos la hipotenusa aplicando el teorema de Pitgoras: Nota: hemos llamado \(L\) a la hipotenusa para no confundirla con la altura \(h\) de la columna. El cable de la tirolesa debe medir 50 metros de longitud. Problema 12 Demostrad el teorema de Pitgoras con la ayuda de la siguiente figura: Ayuda: necesitaris Resolvemos: Primero, observemos la figura: Est formada por 4 tringulos rectngulos iguales cuyos catetos miden \(a\) y \(b\) y la hipotenusa, \(h\). El lado del cuadrado exterior es \(L = a+b\) y su rea coincide con la suma del rea de los tringulos y la del cuadrado interior de lado \(h\). La frmula que tenemos que demostrar es la del teorema de Pitgoras: Demostracin: El lado del cuadrado exterior es Por tanto, el rea de dicho cuadrado es Esta rea ha de coincidir con la suma de las reas de los 4 tringulos y la del cuadrado interior. Vamos a calcular estas reas. Cuadrado interior: El cuadrado interior tiene lado \(h\), as que su rea es Tringulos: Los tringulos son rectngulos y sus catetos son la altura y la base. Luego el rea de cada uno de los tringulos es Como el rea del cuadrado exterior es igual a la suma de las reas de los otros polgonos, tenemos: Nota: en el lado derecho hemos escrito la suma del rea del cuadrado interior y 4 veces el rea de uno de los tringulos. Ahora, en la frmula anterior sustituimos las frmulas de rea que hemos visto: Aplicamos la frmula del cuadrado de la suma en el lado izquierdo: El sumando \(2ab\) aparece en ambos lados, as que lo podemos eliminar: Por tanto, queda demostrado el teorema de Pitgoras: Problema 13 Si los dos catetos de un tringulo rectngulo miden lo mismo, cunto mide la hipotenusa? Da un ejemplo. Si uno de los catetos de un tringulo rectngulo mide el doble que el otro, cunto mide la hipotenusa? Da un ejemplo. Puede la hipotenusa de un tringulo medir exactamente lo mismo que la suma de sus catetos? Da un ejemplo o contraejemplo. Resolvemos: En los tres apartados llamaremos \(a\) y \(b\) a los catetos y \(h\) a la hipotenusa. Apartado a Como los catetos miden lo mismo, \(a = b\). Por Pitgoras, Ejemplo: si los catetos miden 1, \(a = 1\), entonces la hipotenusa mide Apartado b Como uno de los catetos mide el doble que el otro, \(b = 2\cdot a\). Por Pitgoras, Ejemplo: si los catetos miden 1 y 2, \(a = 1\) y \(b = 2\cdot 1 = 2\), entonces la hipotenusa mide Apartado c Debe cumplirse que la suma de los catetos es igual a la hipotenusa: Calculamos el cuadrado de la hipotenusa: Sin embargo, por Pitgoras, Pero entonces, como \(h^2 = h^2\), tenemos Es decir, Pero esto slo sera posible si a = 0, o bien, b = 0, lo cual es una posibilidad imposible, dado que a y b son las longitudes de los catetos. Luego hemos demostrado por reduccin al absurdo la falsedad del apartado c. Contraejemplo: si los catetos miden 1 y la hipotenusa mide 2, no se cumplira el teorema de Pitgoras ya que Problema 14 Dificultad muy alta: se requiere resolver un sistema de ecuaciones no lineales. Calcular la altura del siguiente tringulo sabiendo que sus lados miden , y su base 3. Resolvemos: Para poder calcular la altura del tringulo, \(a\), tenemos que dividirlo en dos tringulos rectngulos (para poder aplicar el teorema de Pitgoras). Los dos tringulos son los siguientes: La base del tringulo (que mide 3) se divide en dos partes no iguales (la base de cada tringulo). No sabemos cunto mide cada base, pero s que sabemos que las dos bases suman 3: Aplicamos Pitgoras al primer tringulo y obtenemos una ecuacin: Nota: no conocemos ninguno de los dos catetos implicados (\(a\) y \(x\)). Procediendo del mismo modo para el otro tringulo, obtenemos Es decir, tenemos las siguientes ecuaciones: Se trata de un sistema de ecuaciones no lineales ya que algunas de las incgnitas se encuentran elevadas al cuadrado. Podemos aislar fcilmente la \(y\) en la tercera ecuacin, obteniendo En la segunda ecuacin tenemos una \(y\), que sabemos que es \(3-x\), as que sustituimos en ella: Como tenemos una resta al cuadrado, aplicamos la frmula del binomio de Newton (diferencia al cuadrado), que recordamos que es la siguiente: Operamos aplicando la frmula anterior: Ahora despejamos \(a^2\): Recordemos que tambin tenamos la ecuacin Despejamos tambin en ella \(a^2\): Es decir, las dos ecuaciones que tenemos son Y como \(a^2 = a^2\), podemos igualar ambas expresiones algebraicas obteniendo una ecuacin de primer grado fcil de resolver: Sabiendo el valor de \(x\) podemos obtener el de \(y\): Ya sabemos cunto mide cada base y podemos ahora calcular la altura. La primera de las ecuaciones era Como sabemos que \(x = 1\), podemos calcular \(a\): Y como \(a\) es la altura, no puede ser negativa. Por tanto, la altura del tringulo es \(a = 1\). Problema 15 Uno o ambos catetos de un tringulo rectngulo pueden medir ms que la hipotenusa? Dad algn ejemplo. Resolvemos: La respuesta es NO, como ya hemos indicado al comienzo de la pgina, pero veamos por qu. Llamaremos \(a\) y \(b\) a los catetos y \(h\) a la hipotenusa. Supongamos que \(a\) mide ms (o lo mismo) que la hipotenusa, entonces tenemos Como \(a \ge h\), sus cuadrados tambin cumplen esta relacin: Por Pitgoras sabemos que \(h^2 = a^2 + b^2\), con lo que tenemos que Es decir, Pero esto no puede ser cierto ya que \(a^2 + b^2\) es un nmero mayor que \(a^2\) (porque \(b^2 > 0\)). Hemos supuesto que \(a \ge h\) y hemos obtenido una falsedad, lo que significa que \(a \ge h\) no puede ser cierto. Por tanto, necesariamente \(a < h\). Lo visto para \(a\) tambin es aplicable para \(b\):